

## “Um dos Maiores – Se Não Mesmo o Maior dos Feitos na História do Pensamento Humano”: A Teoria da Relatividade Geral\*

*“One of the Greatest If Not the Greatest Achievement of Human Thought”: The Theory of General Relativity*

A.L.L. Videira

*Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas – CBPF/MCTI,  
Rua Dr. Xavier Sigaud 150, Rio de Janeiro, RJ – 22290-180, Brasil*

**Resumo:** “Tu tens que me ajudar”: a gênese da RG e as primeiras tentativas (1907–1912); a obtenção final da TRG (1913–1915); a “precedência” de Hilbert; uma apresentação altamente concisa e estritamente matemática e uma tentativa de uma apresentação heurística da TRG; um importante e ignorado teorema de Cartan; a validação empírica da TRG; a detecção de ondas gravitacionais; continua-se à espera.

**Palavras chave:** Einstein; Grossmann; Riemann; Hilbert; Cartan; geometria/dinâmica; postulados; previsões.

**Abstract:** “You must help me”; the development of GR : first efforts (1907–1912); obtainment of the final form of the Theory of General Relativity; the “precedence” of Hilbert; a strictly and highly mathematical presentation, and a heuristic approximation of the theory; an important and ignored theorem by Cartan; the empirical validation of GR; the detection of gravitational waves; still waiting.

**Keywords:** Einstein; Grossmann; Riemann; Hilbert; Cartan; geometry/dynamics; postulates; predictions.

“A teoria é bela para lá de qualquer comparação.”

*Einstein*

“A teoria pareceu-me então, e continua a parecer-me, a maior proeza do pensamento humano sobre a Natureza, a mais espantosa combinação de profundidade filosófica, de intuição física e de beleza matemática.”

*Max Born*

### “Tu Tens que me Ajudar...”

“A Natureza mostra-nos apenas a cauda do leão. Mas eu não duvido que o leão lhe pertença, ainda que ele não se possa revelar imediatamente devido ao seu tamanho.”

*Einstein*

A nossa espécie – agrupada no empenho colectivo de muitos – é capaz de feitos verdadeiramente extraordinários: as grandes pirâmides de Gizé ou a Grande Muralha da China; as grandes navegações portuguesas nos séculos XV e XVI

ou as viagens à Lua no século XX; o sistema global de posicionamento (GPS) ou o grande acelerador de partículas do CERN. Como foi possível ao espírito colectivo do homem conseguir tamanhos prodígios?

A nossa espécie – particularizada no empenho singular de um único – é capaz de feitos verdadeiramente extraordinários: a Pietá de Michelangelo em São Pedro – aquela Mãe que, serena, ampara o corpo inerme do Filho morto no seu regaço. Como foi possível ao espírito de um homem, extrair tamanha beleza de um bloco informe de mármore? A Paixão segundo São Mateus de Johann Sebastian Bach. Como foi possível, ao espírito de um homem, aproximar-se assim do mistério insondável da Transcendência? A Teoria da Relatividade Geral de Albert Einstein – um dos maiores, senão mesmo o maior dos exemplos do poder da razão especulativa<sup>1</sup>. Como foi possível ao espírito de um homem, incorporar em meia dúzia de símbolos abstractos o inextricável entrelaçamento geometrodinâmico do palco espaço-temporal com os actores dinâmicos de uma distribuição de matéria e radiação?

E é justamente a esta incedível criação da inspiração e da persistência de um único homem que se deve esta minha modestíssima e insuficientíssima homenagem à inaudita ca-

\*Palestra apresentada na Escola de Ciências da Universidade do Minho, Braga, Portugal, em 25 de Novembro de 2015.

<sup>1</sup> Isso mesmo expressou J.J. Thomson na frase que intitula este trabalho: “Um dos maiores – se não mesmo...”.

tedral do pensamento, que – mesmo após um século – continua a deslumbrar-nos com a limpidez da sua simplicidade lógica e com a exactidão da sua consistência interna. Não obstante, tal como as suas congéneres de pedra, também esta catedral da inteligência abstracta exigiu do seu criador o empenho de árduos esforços ao longo de demorados e duros anos (entre 1907 e fins de 1915) de esperança e frustrações, avanços e desenganos, até, finalmente, o exultante pronunciamento daquela tarde de 25 de Novembro de 1915.

Trinta e seis anos antes, na manhã ensolarada de sexta-feira, 14 de Março de 1879 abria os olhos à luz (luz essa que lhe viria a trazer em 1922 o Prémio Nobel de Física para o ano anterior) a pequena criatura que se tornaria o maior e mais marcante vulto do século anterior a este. No dia seguinte, o seu pai Hermann (1847–1902) apressou-se a ir registá-lo com o nome do avô paterno: “No. 224, Ulm, 15 de Março de 1879. Hoje, o comerciante Hermann Einstein, residente em Ulm, na Bahnhofstrasse 135, de fé israelita, conhecido pessoalmente, compareceu perante o notário abaixo-assinado, tendo declarado que um filho, de sexo masculino, que recebeu o nome Albert, havia nascido em Ulm, em sua residência, à sua mulher Pauline, Koch (1858 – 1920) de solteira, de fé Israelita, no dia 14 de Março de 1879, às 11h30 da manhã. Lido, confirmado e assinado: H.E. Hartmann, o notário.

Pouco mais de um quarto de século mais tarde é esse mesmo Albert quem irá apresentar no volume 17 dos *Annalen der Physik*, em 30 de junho de 1905<sup>2</sup> a espantosa e audaciosa Teoria da Relatividade Restrita, que, ao concordar automaticamente com a teoria de Maxwell-Lorentz, invariante com respeito ao grupo de Lorentz, também igualmente discordava da mecânica de Newton, invariante com respeito ao grupo de Galileu. Facto esse que viria a despertar-lhe a necessidade de reposicionar os fenómenos gravitacionais fora da sua antiga representação Newtoniana. “Em 1907, enquanto eu estava a escrever um artigo de revisão sobre as consequências da Relatividade Restrita, dei-me conta” – comentou Einstein em 1922 – “de que todos os fenómenos naturais poderiam ser discutidos em termos dela, excepto as leis da gravitação. Senti um profundo desejo de entender a razão por detrás disso.”

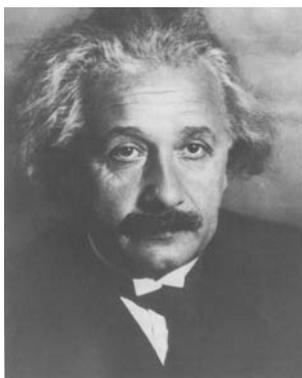


Fig. 1

Ou seja, as tentativas de Einstein (na altura, seguido por Max Abraham (1875 – 1922) e Gunnar Nordstrom (1881 – 1923)) de acomodar a gravitação numa descrição Lorentz-invariante, além de implicarem incontornáveis inconsistências internas, não conseguiram, nenhuma delas, reproduzir o pequeníssimo mas incomodativo excesso do avanço do periélio de Mercúrio, anunciado pelo astrónomo francês Urbain LeVerrier<sup>3</sup> em 1859 à Academia das Ciências de Paris, como sendo de 38”/século. (O valor correcto de 43”/séc. só foi conseguido em 1882 pelo astrónomo britânico Simon Newcomb (1835 – 1909)). E, contudo, esse pequeníssimo excesso de 43”/séc. sobre os cálculos obtidos com a maquinaria completa da Mecânica Celeste Newtoniana (incluindo os efeitos de vários planetas, além do Sol, sobre a órbita de Mercúrio) erguia-se, acintoso e impertinente, como a única observação em desacordo com a prodigiosa elaboração de Newton.

Porém, é apenas a partir de 1912, que Einstein (Fig. 1) começa a empenhar-se quase exclusivamente na busca de uma formulação relativística da gravitação, altura em que ele passa a contar com o decisivo auxílio de Marcel Grossmann (1878–1936), o matemático suíço seu amigo (fora o pai de Marcel que lhe conseguira o seu primeiro e modesto emprego estável, em 1902, como perito técnico de 3ª classe, no Departamento de Patentes da Suíça em Berna) e antigo condiscípulo no *Eidgenössische Technische Hochschule* (o Instituto Federal de Tecnologia em Zurique), onde ambos se haviam licenciado, um em Física, o outro em Matemática, em 1900.

Com efeito, foi um angustiado Einstein, que, sem conseguir descortinar como encaminhar formalmente as suas ideias sobre gravitação apela: “Grossmann, Du musst mir helfen, sonst werd’ ich verrückt!” (“Grossmann, tu tens que me ajudar ou eu enlouquecerei!”). Einstein confronta o seu amigo com a sua necessidade de dispor de uma geometria compatível com as transformações mais gerais que deixassem o elemento de linha  $ds^2$  invariante, sendo então Grossmann a indicar-lhe a linguagem matemática que viria a formatar a teoria gravitacional relativística em gestação: a geometria diferencial criada por Georg Friedrich Bernhard Riemann (1826–1866) em meados do séc. XIX e a análise tensorial correspondente. Aliás, o facto de as equações diferenciais próprias da geometria de Riemann serem não lineares – o que, inicialmente, deixara desconfortável o matemático Grossmann – foi considerado grandemente desejável pelo físico Einstein, cónscio da necessidade das equações de campo serem não lineares, visto a gravitação actuar como a sua própria fonte.

A colaboração Einstein-Grossmann culmina (e termina) com a publicação de um artigo conjunto em 1913<sup>4</sup>, a respeito do qual Einstein veio a declarar muito mais tarde que “Grossmann estava pronto a colaborar neste problema com a condição, porém, de que ele não teria que assumir responsabilidade alguma por quaisquer afirmativas ou interpretações de natureza física”. E foi nesse mesmo ano de 1913 que um bem-intencionado Planck aconselhava o seu colega mais

<sup>2</sup> Einstein, A., *Ann. Phys.* 17, 891, (1905). Seguido pelo artigo de Setembro, *Ann.Phys.* 18, 639 (1905).

<sup>3</sup> Urbain Jean-Joseph Le Verrier (1811 – 1877).

<sup>4</sup> *Z. Math. Physik* 62, 225 (1913).

novo: “Como um amigo mais velho, devo aconselhá-lo [a não se dedicar a elaborar uma teoria relativística da gravitação]; primeiro, porque não o conseguirá, depois, porque, mesmo que o consiga, ninguém acreditará em si.” Pois!

Seriam necessários ainda dois anos de ingentes esforços após essa publicação preliminar (e defeituosa) para que Einstein – instalado desde fins de março de 1914 em Berlim – pudesse, finalmente, atingir o seu objectivo. Numa conferência em Glasgow, pouco antes de abandonar definitivamente a Europa em 1933, rumo aos EUA, Einstein admitiu que “os erros de raciocínio que implicaram dois anos de trabalho árduo antes que, finalmente, em 1915, eu viesse a reconhecê-los como tais, e voltado, penitentemente, à curvatura de Riemann, permitindo-me encontrar a relação com os factos empíricos da Astronomia.”

Com efeito, apesar da base axiomática da formulação relativística da gravitação que Einstein veio a construir constar de apenas dois postulados – um deles, o Princípio da Relatividade, obviamente necessário *a priori*, e o outro (o pensamento “mais feliz” da sua vida, de acordo com Einstein), *a posteriori*, de fácil aceitação e apreciação, – já a efectiva construção do corpo matemático da teoria procurada viria a acarretar enormes dificuldades formais, implicando, ao longo dos anos, diversas tentativas falhadas, à mistura com hesitações e zigzagues.<sup>5</sup> Hesitações e zigzagues que se prolongaram até ao anúncio redentor que hoje comemoramos.

Entretanto, antes da formulação definitiva de 25 de Novembro de 1915, Einstein, por mais de uma vez, convencera-se firmemente de ter atingido o seu objectivo: “A questão gravitacional” – escrevia ele em 7 de Novembro de 1913 ao seu amigo Paul Ehrenfest (1880–1933), sucessor de Lorentz (1853 – 1928) na Universidade de Leiden – “está esclarecida para minha completa satisfação.” Como também, meses mais tarde, em março de 1914, garantia ao amigo de toda a vida Michele Besso (1873–1955): “Encontro-me agora inteiramente satisfeito e não duvido mais da correcção de todo o sistema, independentemente da observação do eclipse vir ou não a ter sucesso.” (Tratava-se do eclipse total do Sol de 21 de agosto de 1914, cuja observação, planeada pelo astrónomo alemão Erwin Freundlich (1885 – 1964) acabou por não se realizar devido ao deflagrar da Grande Guerra de 1914–1918.)

Ao longo de quatro sessões sucessivas da *Preussische Akademie der Wissenschaften* em Berlim – as quatro quintas-feiras de 4, 11, 18, e 25 de Novembro de 1915 – Einstein apresentou as conclusões a que ele, num ritmo absolutamente frenético, foi acedendo, plenamente cónscio de que o grande matemático David Hilbert (1862 – 1943) (Fig. 2), com quem, entretanto, vai trocando correspondência, decidira fazer-lhe concorrência pela primazia na formulação da teoria. É nesse contexto que, numa carta de 18 de Novembro, Einstein comunica a Hilbert que, nessa mesma tarde, ele submetera à Academia “um trabalho no qual eu derivo quantitativamente, a partir da Relatividade Geral, sem quaisquer hipóteses adi-

cionais, o movimento do periélio de Mercúrio descoberto por LeVerrier. Até agora, nenhuma teoria da gravitação havia conseguido isto.” A equação de campo apresentada nesse dia dizia respeito apenas ao vácuo, sendo, portanto, plenamente adequada ao caso em pauta. (Aliás, essa mesma equação já fora obtida no seu trabalho com Grossmann, tendo sido rejeitada por eles devido a terem erroneamente julgado que ela não fornecia o necessário limite newtoniano, nem satisfazia as leis de conservação da energia e do momento.)



Fig. 2

Na quinta-feira seguinte, é um Einstein “*zufrieden aber ziemlich kaputt*” – “satisfeito mas bastante exausto” – que pode, finalmente, anunciar ao mundo uma das maiores, se não mesmo a maior das conquistas do espírito humano, a teoria da Relatividade Geral<sup>6</sup>. Em carta de 28 de Novembro a Arnold Sommerfeld (1868 – 1951) confessa-lhe que “no último mês, passei por um dos períodos mais exaustivos da minha vida; de facto, um dos de maior sucesso.” É fácil, é muito fácil, concordar com esta apreciação.

### A “Precedência” de Hilbert

Por vezes, as pessoas em Göttingen impressionam-me não como se desejassem ajudar alguém a formular uma coisa com clareza, mas como se desejassem apenas mostrar-nos, a nós físicos, quão mais brilhantes do que nós elas são.

*Einstein*

Em meados de 1915, Einstein acreditou – mais uma vez – encontrar-se muito perto de atingir a sua longamente perseguida meta e é animado desse espírito que ele, no Verão daquele ano se desloca ao famosíssimo Departamento de Matemática da Universidade de Göttingen, a convite de David Hilbert, a fim de proferir, ao longo de toda uma semana, uma série de seis palestras sobre os seus últimos desenvolvimentos na sua teoria da gravitação. Naquela altura,

<sup>5</sup> Pais, A., “Subtle is the Lord ...” *The Science and the Life of Albert Einstein*, Oxford University Press, New York, 1982.

<sup>6</sup> Einstein, A., “Zur allgemeinen Relativitätstheorie”, *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, pp. 778–786.

além de Hilbert, considerado, após o desaparecimento de Henri Poincaré (1854 – 1912), o maior matemático vivo, Göttingen congregava o principal centro de investigação em geometria a nível mundial, acolhendo, entre outros, além de Hilbert, nada menos do que Felix Klein (1849–1925), Richard Courant (1888–1972) e a admirável Emmy Noether (1882–1935) (Fig. 3), esta, aliás, sistematicamente prejudicada ao longo de toda a sua vida pela sua condição feminina.



Fig. 3

Ao saber da teoria da Relatividade Restrita produzida pelo seu antigo aluno no ETH, Hermann Minkowski (1864 – 1909) (Fig. 4), grande amigo e colega de Hilbert em Göttingen, reagiu com “*Ach, der Einstein, der schwänzte immer die Vorlesungen – dem hätte ich gar nicht zugetraut*” – “Oh, aquele Einstein, sempre fazendo gazeta às aulas – eu, realmente, não acreditaria que ele fosse capaz daquilo!” (O que não diria ele, se tivesse chegado a ver a Teoria da Relatividade Geral.<sup>7</sup>)



Fig. 4

Inspirado certamente por Einstein, o facto é que Hilbert decide-se a tentar formular, ele próprio, uma teoria relativística da gravitação, igualmente ancorada na geometria

de Riemann.<sup>8</sup> E porquê terá Hilbert decidido intrometer-se no caminho de Einstein, após a visita deste a Göttingen? Bem... Era notório que os matemáticos daquela universidade consideravam a sua competência, a sua *expertise* formal (sobretudo em geometria diferencial) muito superior à de quaisquer outros, fossem quem fossem, estivessem onde estivessem. Não terá, portanto, Hilbert – a estrela maior da mais respeitada academia a nível mundial nos domínios matemáticos que estavam a ser utilizados por um *físico* (*Gott im Himmel!*) – ter julgado ser ele próprio capaz, por métodos necessariamente mais sofisticados e elegantes, de atingir o alvo e isso mesmo antes do tal físico? *Mutatis mutandis*, é como se um físico teórico de primeira linha – um Wolfgang Pauli (1900 – 1958) ou um Richard Feynman (1918 – 1988), digamos –, face ao descaramento descabido de um mero engenheiro que se aventurasse em áreas de sua competência não se sentisse obrigado a defender a honra do convento.

Eu não me recordo do ano exacto, mas terá sido quase que certamente entre finais da década de 1980 e inícios da seguinte, quando um matemático português do Instituto de Física Matemática de Lisboa veio anunciar-me, muito ancho e satisfeito, que descobrira recentemente que, afinal, a primazia da formulação da Relatividade Geral cabia não a Einstein, mas a David Hilbert, que a teria anunciado cinco dias antes, em 20 de Novembro de 1915. Não me deixei, evidentemente, abalar com tão esdrúxula e insólita novidade, e, apesar de, naquela altura, eu desconhecer os pormenores do caso em pauta, nunca pus em causa que *todo* o mérito da Teoria da Relatividade Geral devesse ser atribuído exclusivamente a Albert Einstein, verdade essa que, no seu devido tempo, pude estabelecer minuciosamente.

E o que se passou foi, simplesmente, que, embora Hilbert haja efectivamente enviado para publicação a sua comunicação sobre a sua formulação relativística da gravitação em 20 de Novembro, a correspondente equação de campo que lá aparece foi inserida apenas *após* o anúncio de Einstein em 25 de Novembro. Com efeito, só *depois* de ter tomado conhecimento da equação de campo anunciada por Einstein é que Hilbert pôde ressubmeter o seu artigo do dia 20, agora devidamente corrigido e ampliado, sem, todavia, mencionar explicitamente que alterara significativa e fundamentalmente a sua versão original. O que permitiu que, durante demasiado tempo se alimentasse em algumas cabeças a incerteza quanto à precedência, apesar de, no seu artigo, Hilbert, logo na primeira página, declarar que as suas equações “concordam com a magnífica Teoria da Relatividade Geral estabelecida por Einstein nos [seus] últimos trabalhos”, além de incluir todos os quatro resultados comunicados por Einstein à Academia Prussiana de Ciências durante as quatro quintas-feiras do mês de Novembro, inclusive, está claro, o decisivo trabalho final do dia 25. Dúvidas que ainda

<sup>7</sup> Por essa altura, já Minkowski deixara o mundo, vitimado por uma apendicite aguda.

<sup>8</sup> É curioso que em 1905, Hilbert e Minkowski hajam dirigido em Göttingen um seminário dedicado à electrodinâmica de corpos em movimento e isso, mesmo antes de tomarem conhecimento do trabalho de um jovem funcionário do Departamento de Patentes da Suíça sobre esse assunto. Aliás, o nome desse tal funcionário nunca chegou a ser referido naquele seminário. Reid, Constance, Hilbert – Courant, Springer Verlag, New York, 1976, p. 105.

subsistissem foram definitivamente varridas aquando da descoberta do manuscrito original de Hilbert (o tal do dia 20) e que *não* contém a equação de campo, incluída, porém, na versão publicada.<sup>9</sup> Mais: em artigo de 31 de Março de 1916, Hilbert atribui explícita e inequivocamente a Einstein todo o mérito da Teoria da Relatividade Geral.

### Uma Apresentação Concisa da Relatividade Geral

A Relatividade Geral (...) é uma construção do Mundo a partir de princípios geométricos simples, cuja matemática bastante complexa dá ensejo a uma infinidade de modelos, cuja riqueza permite interpretar situações muito variadas.

*Yvonne Choquet-Bruhat*

Usualmente, a Teoria da Relatividade Geral é expressa formalmente por uma equação tensorial – ou melhor, por dez equações diferenciais tensoriais (com tensores definidos no grupo de transformações lineares gerais) não lineares acopladas, representando o campo gravitacional correspondente a uma dada distribuição de matéria e radiação. (Muitíssimo menos usual é a sua apresentação em termos de formas diferenciais.<sup>10</sup>)

No decurso destes seus cem anos, a Teoria da Relatividade Geral tem sido apresentada sob as mais variadas formas, dependendo dos objectivos pretendidos e do respectivo público-alvo. Há, assim, quem tenha tratado a teoria de um ponto de vista estritamente formal (em diversos níveis de linguagem), sem incluir qualquer análise de presuntivos significados essenciais ou qualquer referência à sua necessária relação com a formulação gravitacional Newtoniana, etc. Por outro lado, há quem, omitindo por completo a sua estrutura formal, se dedique exclusivamente à exegese dos seus

conteúdos epistemológico e ontológico.<sup>11</sup>

Eu, aqui, optei por incluir duas aproximações muito distintas à Teoria da Relatividade Geral. A primeira expõe a teoria a “seco” sem quaisquer preliminares de ordem física, matemática ou histórica, sem quaisquer justificativas iniciais ou explicações finais, restringindo-se a apresentar as equações fundamentais que lhe dão corpo, na certeza de que, de “um certo modo”, elas, em princípio, encerram nos seus símbolos matemáticos tudo o que a teoria contém e dela se pode extrair. Pois: em princípio, mas só em princípio... A outra, diametralmente oposta, consiste em uma tentativa minha de construir um roteiro plausível que conduza à equação de campo gravitacional que contém e traduz a essência da teoria, procurando, com isso, presumivelmente, facilitar a apreensão das ideias nucleares da monumental criação de Einstein.

Como um bom exemplo de uma exposição inequivocamente “enxuta”, concisa, focada no essencial do corpo formal da teoria, e claramente dirigida para um público exclusivo, dotado do conhecimento matemático específico exigido, seleccionei o trabalho da matemática Yvonne Choquet-Bruhat (1923 – ) incluído numa das inúmeras comemorações que, um pouco por todo o lado, celebraram em 1979 o centenário do nascimento de Albert Einstein.<sup>12</sup> Escreveu Choquet-Bruhat:

– O espaço-tempo é uma variedade diferenciável (que se pode sempre supor  $C^\infty$ ) de dimensão 4, munida de uma métrica Riemanniana hiperbólica  $g$ , de assinatura  $(+ - - -)$ .

– O tensor de Einstein desta métrica:  $S(g) \equiv R_{icc}(g) - \frac{1}{2}g R(g)$  (onde  $R_{icc}(g)$  é o tensor de Ricci e  $R(g)$  a curvatura Riemanniana de  $g$ ) é nulo no vácuo, igual, em presença de fontes de energia, ao tensor de momento-energia  $T$  destas fontes, a menos de uma constante universal multiplicativa.

As equações de Einstein:

$$(1) \quad S(g) = kT, \text{ com } S_{\alpha\beta} = kT_{\alpha\beta}$$

$$(2) \quad \nabla_\alpha T^{\alpha\beta} = 0, \text{ posto que o tensor de Einstein satisfaz as identidades de Bianchi}$$

$$\nabla_\alpha S^{\alpha\beta} \equiv 0$$

Um universo ou um modelo é uma solução das equações (1) e as equações (2) são também chamadas “equações de movimento”, uma vez que elas podem ser utilizadas para determinar o movimento dos corpos; deduz-se, por exemplo, que uma fonte pontual descreve uma geodésica de métrica  $g$ .

No caso geral, o tensor  $T$  é uma soma de termos onde devem figurar todas as fontes de energia não gravitacionais presentes, sejam elas fontes materiais ou devidas a outros campos físicos como, por exemplo, o campo electromagnético.

Para um fluido perfeito

$$T_{\alpha\beta} = (\rho + p)u_\alpha u_\beta - p g_{\alpha\beta}$$

Para um campo electromagnético,  $T$  é o tensor de Maxwell

$$T_{\alpha\beta} = \frac{1}{4}g_{\alpha\beta}F^{\lambda\mu}F_{\lambda\mu} - F_\alpha^\lambda F_{\beta\lambda}$$

Eu agora direi algumas palavras, por um lado, sobre a causalidade, e, por outro, sobre as singularidades que foram duas preocupações essenciais de Einstein (...).”

É evidente a extrema concisão desta exposição da Relatividade Geral, embora ela encerre em seu bojo o essencial da teoria. “Encerra”, disse eu, mas talvez mais apropriado fosse dizer “enterra” todo o seu absolutamente inovador significado conceptual, todo o seu imprevisível conteúdo físico,

todas as suas surpreendentes previsões fenomenológicas (a evolução dinâmica do Universo desde o big-bang, os buracos negros, a radiação gravitacional, o encurvamento da luz, . . .). Vejamos, a seguir, em contrapartida, uma aproximação à Relatividade Geral cujo propósito é sugerir um caminho heurístico que conduza à equação de campo gravitacional central da teoria.

A propósito da convenção introduzida por Einstein de que índices repetidos estão somados (estão “contraídos”), uma observação divertida do punho do próprio: “Fiz uma grande descoberta em Matemática: suprimi o sinal de soma sempre que a soma for sobre um índice que ocorra duas vezes. . .”.

### Um Roteiro Heurístico para a Relatividade Geral

E, se avançarmos nesta direcção e seguirmos com a nossa indicação, provavelmente o próprio objecto da investigação se nos tornará claro de baixo dos pés, mas, se o não fizermos, nada há-de aclarar.

Platão (*Teeteto*)

Conceda-se-me, pois, que exponha uma via heurística que nos sugira, que nos aponte, que nos facilite a reformulação relativista do campo gravitacional imaginada por Einstein, conceptual e formalmente tão afastada – e tão mais complexa – que a formulação de Maxwell-Lorentz do campo electromagnético, a outra única interacção de longo alcance na Natureza (com a provável excepção da interacção associada à energia escura).

A ideia central na base da idealização Einsteiniana da gravitação é a da interligação da arena espaço-temporal, isto é, da geometria do espaço-tempo, com os intervenientes dinâmicos, isto é, com a distribuição da matéria e radiação que dão forma e significado físico a essa geometria: de um lado, o palco geométrico, do outro, os agentes dinâmicos. Daí o significativo e apropriado nome *geometrodinâmica* que John Wheeler (1911–2008) deu à teoria:

$$\{\text{Geometria}\} = \{\text{Dinâmica}\}$$

É este o substrato na origem do plano arquitectónico de Einstein: o campo – ou, mais apropriadamente, o potencial – gravitacional associado a uma dada distribuição de matéria – e lembrando que, agora, a radiação de qualquer espécie tem peso – depende de modo essencial da geometria que lhe corresponde:

$$\{\text{Geometria Espaço-Temporal}\} = \{\text{Distribuição de Matéria e Radiação}\},$$

sendo esta, por conseguinte, a expressão que, devidamente manifestada matematicamente, deverá representar a equação de campo da nova formulação relativística da gravitação. E, uma vez que, no caso geral, o potencial gravitacional varia de ponto para ponto no espaço-tempo, a geometria que, em cada caso (ou seja, para cada distribuição de matéria e radiação), lhe está associada terá, também ela, de variar de ponto para ponto, o que, como já mencionado, exclui, à partida, a geometria 4-dimensional de Minkowski, própria da Teoria da Relatividade Restrita. Assim, a geometria da nova teoria terá

que, pelo menos, ser dotada de *curvatura* (além, eventualmente, de outros atributos como *torção*, descontinuidades, etc.). Einstein (seguindo a sugestão de Grossmann) começou por optar por uma geometria Riemanniana cuja única característica topológica fosse a sua curvatura (o caso mais simples, a seguir a uma geometria plana) e que, devendo, localmente, identificar-se com o espaço-tempo de Minkowski (que lhe será tangente em cada ponto), deverá ter assinatura (+ - - -).

“O meu interesse em Ciência esteve sempre limitado essencialmente ao estudo de Princípios (. . .)”, revela Einstein e, como arquitecto só comparável a Newton, ele sustentou a abóboda da sua assombrosa construção em dois únicos pilares, em duas únicas e soberbas colunas, em dois únicos e monumentais postulados: o *Princípio da Relatividade* – agora necessariamente alargado a observadores não inerciais (acelerados) e o *Princípio da Equivalência*.

### Uma coluna: O Princípio da Relatividade

Uma das duas hipóteses essenciais da teoria relativística da gravitação de Einstein terá que ser, obrigatoriamente – justamente por ele pretender uma teoria relativística – o Princípio da Relatividade que, generalizado, agora, de modo a incluir observadores acelerados, deverá postular que *as leis da Natureza são as mesmas para todos os observadores*. Matematicamente, isto traduz-se postulando que as leis da Física – todas elas – sejam invariantes com respeito ao grupo geral de transformações lineares, ou, o que equivale ao mesmo, que as leis da Física sejam formuladas em termos de tensores definidos neste grupo de transformações. Sendo este, então, o grupo de invariância da teoria em causa, diz-se que as suas equações têm que ser *covariantes em geral*, podendo-se, portanto, equivalentemente, falar em *Princípio da Relatividade Geral* ou em *Princípio da Covariância Geral*.

A outra coluna – aquela que completa o conjunto de dois únicos suportes de toda a extraordinária estrutura da Teoria da Relatividade Geral – radica naquilo que Einstein viria a considerar como tendo sido a ideia mais feliz de toda a sua vida.

### Outra coluna: O Princípio da Equivalência

“Eu estava sentado no Serviço de Patentes em Berna quando, subitamente, ocorreu-me um pensamento: se uma pessoa estiver em queda livre, ela não sentirá o seu próprio peso. Fiquei espantado. Este pensamento simples fez-me uma profunda impressão e impeliu-me à teoria da gravitação.” Parece inacreditável – e é evidência maior da excepcionalidade de Einstein – que a ideia na base da demorada, difícil e tortuosa escalada rumo ao pico incomparável da Teoria da Relatividade Geral tenha tido origem num facto universalmente reconhecido desde os alvares da Física – primeiro com Galileu e a seguir com Newton – de que a aceleração de um corpo material devido a um potencial gravitacional,  $\Phi$ , independe da sua massa; isto é, que a unificação dos conceitos de massa inercial e de massa gravitacional leva a que a equação de movimento desse corpo não dependa da sua massa:  $\ddot{x} = -\nabla\Phi$ , fazendo assim que os efeitos da gravidade sejam diferentes dos produzidos por campos electro-

magnéticos ou nucleares.<sup>13</sup>

É fácil concordar que haja sido preciso um Einstein para apontar-nos, para *ensinar-nos* algo de deslumbrante numa ideia que julgávamos conhecer tão bem: um corpo que se desloque livremente fá-lo-á ao longo do percurso mais “eficiente”, mais “natural” possível, isto é, ao longo de uma geodésica; e é esta velha ideia que, pelas mágicas mãos de Einstein, é guindada ao estatuto de um princípio fundamental da Natureza, o chamado *Princípio de Equivalência*, pelo qual uma partícula teste, sob a influência exclusiva de um potencial gravitacional se desloca livremente ao longo de uma geodésica da geometria espaço-temporal Riemanniana determinada e fixada por esse potencial de acordo com a ideia nuclear de Einstein, o campo (potencial) gravitacional é agora identificado com a (ou representado pela) curvatura de uma geometria Riemanniana 4-dimensional:

$$\{\text{Campo Gravitacional}\} = \{\text{Curvatura Espaço-Temporal de um Espaço de Riemann}\}$$

Esta nova formulação, ao prescindir, por completo, do conceito de força gravitacional implica, automaticamente, numa enorme simplificação conceptual, ao deslocar a gravitação do bem mais complicado domínio da Dinâmica para o bem mais simples domínio da Cinemática.

Sendo evidente que, no caso geral dos campos gravitacionais não uniformes, o Princípio de Equivalência só é válido localmente, e que, localmente, os referenciais<sup>14</sup> são inerciais, conclui-se, de imediato, que, localmente, é válida a Teoria da Relatividade Restrita; o que equivale, geometricamente, a que, na vizinhança de cada ponto de um espaço de Riemann 4-dimensional com curvatura não nula, o espaço tangente nesse ponto seja o 4-espaço plano de Minkowski. Foi assim que, inicialmente, Einstein tratou heurísticamente a gravitação no quadro da Relatividade Restrita, eliminando o conceito de massa gravitacional e mantendo apenas o de massa inercial, ou melhor, o de energia de repouso.

Tudo isto veio permitir-lhe – mesmo antes de ele dispor do aparato completo da nova teoria da gravitação (naquela altura ainda longe de ser atingida) – que ele tenha imaginado duas importantíssimas consequências do Princípio de Equivalência: o encurvamento da luz em presença de gravitação – cuja verificação transformá-lo-ia, de um dia para o outro, no mais marcante ícone do século XX – e o desvio espectral de frequências emitidas por uma fonte de radiação situada num campo gravitacional, cuja verificação, aliás, demoraria mais de meio século, quer dizer, já alguns anos após a morte de Einstein.

Actualmente, o Princípio de Equivalência é confirmado experimentalmente com a extraordinária precisão de  $3 \times 10^{-13}$ , isto é, aproximadamente, de uma parte em dez

milhões de milhões!

## Eis a Catedral: A Teoria da Relatividade Geral

Difícilmente alguém que haja entendido esta teoria poderá escapar à sua magia.

*Einstein*

Com a eliminação do conceito de força gravitacional pelo Princípio de Equivalência, a gravitação torna-se pura geometria e, ao se decidir (por indicação de Grossmann) pela geometria de Riemann – inteiramente especificada pelo seu tensor métrico  $g_{\mu\nu}(x^\lambda)$  e pelas suas derivadas de primeira e segunda ordem – Einstein, automaticamente impõe isto mesmo: na sua teoria, o campo gravitacional é representado, é descrito por uma função tensorial do tensor métrico de um espaço de Riemann, de modo que, para um dos lados da equação de campo, dever-se-á ter:

$$\{\text{Gravitação}\} \equiv \{\text{Geometria Riemanniana}\} \equiv \{\text{Função Tensorial do Tensor Métrico}\}$$

Mas, e quanto ao outro lado? De acordo com a já referida ideia fulcral de Einstein do indissolúvel entrelaçamento do espaço-tempo com a distribuição de matéria e radiação (que, não nos esqueçamos, confere ao espaço-tempo a sua identidade física), dever-se-á ter para o outro lado:

$$\{\text{Função Tensorial da Matéria e Radiação}\}$$

Consequentemente, a estrutura formal da equação de campo procurada terá a forma de:

$$\{E\} \equiv \{\text{Função Tensorial do Tensor Métrico}\} = \\ = \{\text{Função Tensorial da Matéria e Radiação}\} \equiv \{T\}$$

Sendo  $E$  o chamado *tensor de Einstein*, que representa o campo gravitacional geometrizado, e  $T$  o *tensor de energia-momento*, que representa as fontes do campo gravitacional. As fontes do campo gravitacional (massas, cargas eléctricas e, eventualmente, outras entidades dinâmicas ainda por incorporar à Física, como a matéria negra) permanecem sendo consideradas, nesta formulação da gravitação, como entidades inteiramente exteriores à geometria espaço-temporal, coisa que Einstein veio taxativamente a considerar como um “defeito” da sua teoria.

Seguindo exemplos conhecidos das funções tensoriais representativas de casos físicos relevantes, como os de um campo electromagnético ou de um fluido perfeito, que são descritos por tensores de segunda ordem, simétricos, com derivada (covariante) identicamente nula (para que valha a conservação da energia e do momento), imporemos que, em geral, valha também:

$$\{T\} = T_{\mu\nu} = T_{\nu\mu}, \text{ com } D_\alpha T_{\mu\nu} \equiv 0.$$

Sendo assim, a função tensorial que representa o tensor de Einstein terá, igualmente, que satisfazer:

$$\{E\} = E_{\mu\nu} = E_{\nu\mu}, \text{ com } D_\alpha E_{\mu\nu} \equiv 0,$$

de modo que a equação de campo gravitacional procurada

<sup>13</sup> Também o campo associado à matéria negra (que não interage electromagneticamente, agindo apenas gravitacionalmente) deve seguir o comportamento da matéria ordinária (ou bariónica). Já o campo afecto à energia escura comporta-se como um efeito gravitacional de sinal contrário.

<sup>14</sup> “Sistema referencial” ou, simplesmente, “referencial” é um sistema de coordenadas dotadas de dispositivos de medida, isto é, dotadas de um “observador”.

deverá ser da forma:

$$E_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}.$$

Equação esta – insisto – que traduz algo de absolutamente novo: o entrelaçamento, o emaranhamento, a interdependência inextricável, irrevogável entre o conceito *geométrico* de espaço-tempo e o conceito *dinâmico* de momento-energia; de um lado, a arena, o palco espaço-temporal, do outro, os objectos, os actores que dão corpo, que atribuem sentido físico aos próprios conceitos de *extensão e duração*.

A partir da Teoria da Relatividade Geral, o conceito de espaço-tempo, independente de qualquer relação de princípio (seja com o que for) deixa de fazer sentido: “É absurdo” – escreve Einstein a Ernst Mach em 2 de Fevereiro de 1913 – “atribuir propriedades físicas ao espaço”; ou ainda, bastante mais tarde: “De acordo com a Relatividade Geral, não existe o conceito de espaço separado de todo o conteúdo físico”.<sup>15</sup> Todavia, apesar da Relatividade Geral identificá-la explícita e inquestionavelmente, esta subordinação da categoria geométrica “espaço” (-“tempo”) à categoria dinâmica “momento” (-“energia”) jaz nos próprios fundamentos da Física,<sup>16</sup> que, por definição, é um corpo de conhecimentos referentes aos fenómenos naturais construído imperativamente, exclusivamente, através da medida: só tem, só admite significado físico aquilo que seja passível de ser medido: “Aquilo que chamamos Física” – lembrou Einstein – “compreende o grupo de ciências naturais que baseiam os seus conceitos na medida, e cujos conceitos e proposições prestam-se a formulações matemáticas”. E a medida é realizada, é cumprida, exclusivamente, por meio de “coisas”, de “objectos” – os tais “actores” – que possam desempenhar o papel de *agentes (dinâmicos) de medida*, tais como réguas, relógios, balanças, galvanómetros, detectores de partículas elementares, etc.

Não podendo ser observado *directamente*, o espaço só adquire significado físico através do comportamento de intervenientes dinâmicos. Assim, em presença de um campo gravitacional (o campo sendo uma “coisa”, um “objecto”, um “actor” dinâmico) a radiação electromagnética (também ela uma “coisa”, um agente dinâmico) – inexoravelmente restringida a deslocar-se da maneira mais “eficiente” possível (isto é, ao longo de geodésicas) – encurva-se e é esse encurvamento da radiação aquilo que é efectivamente medido, e não o encurvamento do espaço associado ao campo gravitacional em questão. “Não existe tal coisa como um espaço vazio, isto é, um espaço sem campo. O espaço-tempo não reivindica uma existência própria, mas apenas uma qualidade estrutural do campo”. Einstein não poderia ser mais claro e explícito do que isto. Consistente, pois, com o que lhe impõe a sua teoria da gravitação, no sentido de que a

estrutura geométrica global do nosso Cosmos deva ser determinada pela sua distribuição de matéria e radiação, ele é levado a concluir que, na ausência de quaisquer elementos dinâmicos, o conceito de espaço deixa de possuir qualquer significado físico: “Se eu permitir que todas as coisas desapareçam do Mundo, então, de acordo com Newton, o espaço inercial Galileano permanece; de acordo com a minha interpretação, *nada* permanece”, escreve ele a Schwarzschild (Fig. 5) em 9 de Janeiro de 1916, no ano, portanto, anterior ao seu trabalho sobre Cosmologia, ancorado na Teoria da Relatividade Geral.



Fig. 5

Desaparece, pois, da Física o substracto espaço-temporal de Newton e Kant, apriorístico, absoluto, indiferente e inerte a qualquer influência física e, como tal, fundamentalmente, uma categoria exclusivamente metafísica. “Eu desejava” – confessou Einstein a propósito da sua tentativa cosmológica de 1917 – “demonstrar que o espaço-tempo não é, necessariamente, algo a que se possa atribuir uma existência separada, independente dos objectos da realidade física. Os objectos físicos não estão *no* espaço, mas têm *extensão espacial*. Deste modo, o conceito de “espaço” perde o seu significado.”<sup>17</sup> Assim, a cosmologia relativística inaugurada por Einstein<sup>18</sup> abandona por completo a moldura espaço-temporal absoluta de Newton, infinita em extensão e em duração, substituindo-a por um espaço tridimensional com fronteira esférica, ortogonal em cada ponto ao eixo do tempo, de modo que, sobreposto à infinidade de tempos locais, há agora um tempo cósmico global de mesmo sentido em todos os pontos, porém sem que esse espaço tridimensional esteja contido num espaço de dimensão superior. Na linguagem muito própria de Eddington, “[a]quilo que é um invólucro fluctuando na infinidade daquilo que não é.”<sup>19</sup> Apesar de Leibniz haver proposto e insistido nestas ideias, foi preciso alguém com a estatura de um Einstein para

<sup>17</sup> Einstein, A. *Relativity, the special and general theory*, Methuen, 15<sup>a</sup> ed., London, 1954.

<sup>18</sup> Videira, A.L.L., “De um Mundo sem História à História do Mundo: A Teoria da Relatividade Geral e o Nascimento da Cosmologia”. *Série Ciência e Memória* N<sup>o</sup> 02/00, Observatório Nacional (CNPq), Rio de Janeiro, 2000.

<sup>19</sup> Kerzberg, P., *The Invented Universe. The Einstein – De Sitter Controversy (1916 – 1917) and the Rise of Relativistic Cosmology*, Clarendon Press. Oxford, p.145, 1989.

<sup>15</sup> Einstein, A., “On the generalized theory of gravitation”, *Sci. Am.* 188, pp. 13 – 17.

<sup>16</sup> A respeito da subordinação do conceito de espaço (-tempo) ao conceito dinâmico de momento (-energia) ver, Videira, A.L.L., Barros, A.L.R. Fernandes, N.C., “Geometry as an Aspect of Dynamics”, *Found. Phys.* 15 (12), 1247, 1985.

se conseguir impor à rasura do pensamento do mestre de Leipzig pelo canon imposto pelo mestre de Cambridge de um espaço e um tempo absolutos e infinitos, em cuja etérea moldura apriorística se vinham inscrever os fenómenos naturais. Foi, pois, necessário que Einstein, nas pegadas de Leibniz, voltasse a insistir – sustentado agora pela sua imponente criação (imponente no sentido duplo, não apenas daquilo que deslumbra, mas também daquilo que efectivamente se impõe) – que as entidades geométricas espaço e tempo só adquirem o estatuto de conceitos fisicamente válidos quando previamente legitimadas por entidades dinâmicas. Resumindo: deixou-se de ter, como até então, por um lado espaço-tempo e por outro matéria-radiação, duas categorias distintas, desligadas, com existências próprias e independentes; com a Relatividade Geral, elas só fazem sentido físico enquanto par, enquanto duo inseparável. Aqui, sim, tem-se plasmada de maneira inofismável a indissolubilidade do vínculo matrimonial: Não separe Newton com o seu código normativo aquilo que (desde o princípio do Mundo) está ligado pelo código normativo de Einstein.

Sabemos que, tanto Newton como Einstein – cada qual de acordo com o enquadramento social e cultural próprios dos seus respectivos tempos – foram ambos homens conscientemente crentes numa Transcendência absoluta e se, na visão do primeiro, o tempo e o espaço detinham um carácter absoluto, superiormente, transcendentemente inspirado, para o segundo, essa inspiração transcendental recobre imanentemente o inseparável dueto actor-palco. Aqui chegados é necessário respirar fundo e tomar balanço.

Embora de posse da ontologia inteiramente nova implicada pela equação de campo da Teoria da Relatividade Geral, ainda não abordámos a epistemologia própria das soluções exactas desta equação (que, aliás, dizendo respeito a dez equações não lineares acopladas, não se podem antever como nem abundantes, nem nada fáceis de encontrar).

Enquanto na teoria de Maxwell-Lorentz as fontes do campo electromagnético são as cargas e as correntes eléctricas, cuja especificação é bastante para a determinação das equações lineares do campo electromagnético, na teoria de Einstein, como já referido, visto as fontes do campo gravitacional serem as massas, dada a identidade entre massa inercial e massa gravitacional e, em face da equivalência entre massa e energia, decorre que tudo, na Natureza, tenha peso e, consequentemente, que todas as formas de energia (à excepção da misteriosa energia escura) estejam sujeitas à atracção gravitacional. O que leva a que, na equação de Poisson, linear no potencial gravitacional,  $\Phi$ , uma função escalar (ou melhor, um tensor de ordem zero do grupo de Galileu), a densidade de massa,  $\rho$ , deva incluir a densidade do próprio potencial gravitacional:

$$\rho_G = -\frac{(\nabla\Phi)^2}{8\pi G c^2},$$

ou seja, ao contrário do campo electromagnético, o campo gravitacional actua necessariamente como fonte, o que faz com que a correspondente equação de campo inclua um

termo quadrático (não linear) no campo:

$$\nabla^2\Phi + \frac{1}{2c^2}(\nabla\Phi)^2 = 4\pi G\rho_{tot}, \quad \text{com } \rho_{tot} = \rho_M + \rho_G,$$

sendo esta, portanto, a expressão que a equação de campo da Relatividade Geral deverá ter neste limite pós-Newtoniano (válido com enorme precisão para campos gravitacionais pouco intensos, como o do nosso sistema solar). Considerações estas que sugerem que o tensor de Einstein dependa não apenas do tensor métrico, mas também das suas derivadas de primeira e segunda ordem:

$$E_{\mu\nu} = E_{\mu\nu}(g_{\rho\sigma}(x^\tau), D_\alpha g_{\rho\sigma}(x^\tau), D_{\alpha\beta}^2 g_{\rho\sigma}(x^\tau))$$

E agora? Bem, agora, de posse da base axiomática dos Princípios de Covariância Geral e de Equivalência, é tentar conseguir obter a equação de campo, cujas soluções traduzirão as geometrias espaço-temporais correspondentes a determinadas distribuições de matéria e radiação. É isto. De facto, é só isto que cumpre fazer. Foi só a isto que Einstein dedicou anos de obstinados esforços, envolvendo sucessivos avanços e recuos, muitas dúvidas e incertezas e até mesmo algumas contradições que o levaram, “embora com imenso desgosto”, como ele o confessou, a renegar, durante algum tempo, o próprio Princípio de Covariância Geral.

Não foi fácil, não foi *nada* fácil. Mesmo para um Einstein – e não nos iludamos por um momento sequer –, tal como as criações de Michelangelo ou Bach são de absoluta excepcionalidade, também as criações de Newton e Einstein ocupam um patamar absolutamente exclusivo. Nós, cá de baixo, podemos admirar e tentar interiorizar. Mas só isso, e já é bastante. A *criação* de tanta beleza e tanta luz é-nos inteiramente interdita; e é bom e é saudável que reconheçamos e aceitemos a nossa inevitável minoridade.

Se insisto neste ponto é porque eu pertença a uma geração de físicos que, por volta de meados do século passado, ofuscados, encandeados, deslumbrados pelos rápidos e sucessivos êxitos alcançados na física do quantum arrogaram-se adolescentemente, do alto das suas soberbas competências, julgar com superior condescendência aquele velhote desgredado e displicentemente ataviado, que – refém de crenças cediças numa realidade local, subjacente a e independente de qualquer observação –, obstinava-se nas suas vãs tentativas de unificar gravitação, electromagnetismo e quantum. Mais: uma geração de físicos que, havendo considerado que – ao contrário da Relatividade Restrita, plenamente integrada na Física Quântica –, a Relatividade Geral, havendo já esgotado a sua restrita utilidade na representação da Natureza, deveria ser deixada de lado e encarada, suficientemente de longe, como um mero campo de divertimento matemático. E isso desde os anos vinte até ao final da década de cinquenta, isto é, praticamente durante cerca de quarenta anos. Voltemos, porém, à nossa demanda de obter a formulação da equação de campo que determina toda a teoria relativística da gravitação.

Um ponto de partida natural para determinar o tensor de Einstein é o tensor de quarta ordem, o chamado *tensor de Riemann-Christoffel*,  $R_{\mu\nu\rho\sigma}$ , uma função tensorial do tensor

métrico e de suas derivadas primeiras e segundas, que terá que ser contraído nos seus primeiro e terceiro índices para um tensor de segunda ordem, simétrico,  $R_{\nu\sigma}$ , o chamado *tensor de Ricci*:<sup>20</sup>

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} \rightarrow R_{\nu\sigma} = R_{\sigma\nu},$$

sendo que, da contracção deste último, obtém-se o chamado *escalar de curvatura* ou *curvatura invariante*,  $R$ :

$$R_{\nu\sigma} \rightarrow R.$$

O que leva a que uma escolha admissível para o tensor de Einstein seja a combinação linear:

$$E_{\mu\nu} = c_1 R_{\mu\nu} + c_2 R g_{\mu\nu} + c_3 g_{\mu\nu},$$

faltando, então, determinar as constantes reais e positivas  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$ , o que se pode conseguir expeditamente por meio das *identidades de Bianchi*<sup>21</sup>:

$$D_\tau R_{\mu\nu\rho\sigma} + D_\rho R_{\mu\nu\sigma\tau} + D_\sigma R_{\mu\nu\tau\rho} \equiv 0.$$

Com isto, obtém-se, sem dificuldade, a expressão mais geral possível de  $E_{\mu\nu}$ , uma função não linear de  $g_{\mu\nu}$  e de suas derivadas de primeira ordem,  $D_\alpha g_{\mu\nu}$ , e uma função linear das suas derivadas de segunda ordem,  $D_\alpha D_\beta g_{\mu\nu}$ :

$$E_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (c_1 = 1, c_2 = -\frac{1}{2}, c_3 = \Lambda).$$

Sendo  $\Lambda$  a chamada *constante cosmológica*, devido a ela ter sido originalmente introduzida por Einstein no seu seminal artigo de 1917, com o qual ele inaugurou a área da cosmologia científica.<sup>22</sup>

Não foi este, porém, o caminho seguido por Einstein, nem por Hilbert, nem por Herman Weyl (1885 – 1955) no seu, na altura, influente livro *Raum, Zeit, Materie*, de 1918<sup>23</sup>, nem por Wolfgang Pauli, na sua espantosa obra (para um rapaz de apenas 21 anos e apenas pouquíssimo tempo após a criação da Relatividade Geral) sobre as duas teorias da Relatividade<sup>24</sup>. Eles, aliás como todos os matemáticos de Göttingen, desconheciam as identidades de Bianchi, apesar delas, na sua forma reduzida (precisamente a necessária para a Relatividade Geral), terem sido obtidas pelo matemático alemão Aurel Voss em 1880 e terem voltado a serem deduzi-

das, independentemente, por Bianchi em 1902.<sup>25</sup>

Chegamos, assim, finalmente, à assombrosa equação de campo levada à Academia Prussiana de Ciências, em 25 de Novembro de 1915, por um Einstein, que, em carta de 9 de Dezembro, pede a Arnold Sommerfeld (1868 – 1951): “Não deixe de dar-lhe uma olhadela; é a mais valiosa descoberta que fiz em minha vida”. Ei-la:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu}, \quad \kappa = \frac{8\pi G}{c^4},$$

Apresentada e publicada<sup>26</sup>, porém, sem o seu termo cosmológico. Equação de campo esta que, na sua enganosa simplicidade, contém e oferece muitíssimo mais do que mesmo o seu genitor foi capaz de antever e até de aceitar; como, notoriamente, os buracos negros,<sup>27</sup> que nunca foram plenamente aceites por Einstein como entidades que pudessem efectivamente ocorrer no mundo natural. E quanto ao que se poderá “esconder” no termo cosmológico?

Melhor do que ninguém, John Wheeler – o principal responsável pelo renascimento do interesse por parte dos físicos pela Teoria da Relatividade Geral – sublinhou que o entrelaçamento da geometria do espaço-tempo com a dinâmica das fontes de campo expressa uma acção recíproca pela qual estas últimas determinam, fixam, impõem qual deva ser a estrutura do espaço-tempo e que, simetricamente, este último determina, fixa, impõe como se devem movimentar aquelas fontes.

O termo cosmológico tem passado por diferentes fases de favor e desfavor desde o seu surgimento inteiramente *ad-hoc* no malogrado universo estático proposto por Einstein em 1917, passando pelo seu repúdio total por parte deste (“o pior erro que cometi em minha vida”), perante a evidência astronómica de um cosmos em expansão, até, finalmente, muito mais tarde, pelo seu renascimento em face da inesperada descoberta da aceleração dessa expansão, que lhe atribuiu foros de respeitabilidade (e mesmo de necessidade) como a possível expressão de um efeito contrário à gravitação manifestado pelo campo da energia escura. Eu, aliás, julgo que o enquadramento adequado desta tal energia escura – que nos veio trazer o maior desafio com que se defronta actualmente a Física – deverá, obrigatoriamente, vir embutido numa futura quantização consistente, empiricamente verificável, da gravitação. (E com isto eu quero dizer que, de todo, não me convencem as insistentes declarações dos proponentes das supercordas no sentido de que a quantização da gravitação seja assunto arrumado.)

Por outro lado, esta questão da constante cosmológica faz-me lembrar a vetusta constante de Rydberg,  $R_H$ , introduzida por Johann Balmer<sup>28</sup> na sua fórmula de uma parte do espec-

<sup>20</sup> Elwin Bruno Christoffel (1829 – 1900); Gregorio Ricci Curbastro (1853 – 1925).

<sup>21</sup> Luigi Bianchi (1856 – 1928), antigo aluno de Felix Klein.

<sup>22</sup> Einstein, A., “Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie”, Sitzungsberichte, Preussische Akademie der Wissenschaften, p.417, 1917. In o “Princípio da Relatividade”, (Trad. Mário José Saraiva), Fundação Calouste Gulbenkian, 3ª ed., Lisboa, 1983.

<sup>23</sup> Weyl, H., Space, Time and Matter, Dover, New York, 1981.

<sup>24</sup> Pauli, W., Theory of Relativity, Dover, New York, 1981.

<sup>25</sup> A sua forma mais geral foi apresentada pelo britânico A. E. Harward em 1922 (Phil. Mag. 44,380 (1922)).

<sup>26</sup> Einstein, A., “Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie”, Ann. Phys., 49, 769-822, 1916.

<sup>27</sup> Sugeridos pelo menos desde 1939 por Robert Oppenheimer (1904 – 1967).

<sup>28</sup> Johan Jakob Balmer (1825 – 1898).

tro de frequências do átomo de hidrogênio:

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad m < n \text{ inteiros positivos,}$$

tendo sido necessária a revolucionária formulação quântica da Física para que a “caixa negra” da constante de Rydberg pudesse ser descodificada em termos de constantes fundamentais:

$$R_H = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left( \frac{m_e m_N}{m_e + m_N} \right) \frac{e^4}{4\pi\hbar^3 c}$$

Também a constante cosmológica parece-me estar à espera de poder ser incorporada num tratamento quântico da gravitação ainda por fazer. Contudo, mesmo sem essa teoria, existe há quase um século um poderoso resultado matemático que, mesmo sem impor a sua absoluta necessidade na teoria gravitacional de Einstein, assegura que a presença desta constante é rigorosamente justificada formalmente.

### O Estranho Caso de um Teorema Ignorado

Na medida em que as propriedades matemáticas se referirem à realidade, elas não são seguras, e, na medida em que elas forem seguras, elas não se referem à realidade.

*Einstein*

Apesar de Einstein ter-se dado conta de que um termo envolvendo a constante cosmológica poderia constar da sua equação de campo, independentemente de qualquer significado cosmológico, como ele assinalou num artigo seu de 1919,<sup>29</sup> ao ser confrontado com a evidência astronómica de um Universo em expansão, ele não apenas abjurou essa possibilidade, como declarou que a inclusão desse termo havia sido o pior erro da sua vida. E, no entanto, com a inesperada, descoberta da aceleração da expansão cósmica, a inclusão do termo  $\Lambda g_{\mu\nu}$  no tensor de Einstein (um tensor, lembramos, de segunda ordem, simétrico, constituído pelo tensor métrico e pelas suas derivadas de primeira e segunda ordem, e com derivada covariante identicamente nula) voltou a ser plenamente justificada fisicamente.

Ocorre que eu, desde há pelo menos quarenta anos, retinha a lembrança da vaga existência de um teorema da lavra do eminente matemático francês Élie Cartan (1869 – 1951) que estabeleceria rigorosamente a expressão mais geral de um tensor satisfazendo todas as condições (acima referidas) impostas por Einstein para o lado puramente geométrico da sua equação de campo. Como, porém, eu nunca me deparara com uma única referência, uma única menção ou citação de um tal teorema, permaneci longamente na dúvida sobre a sua real existência. Até que...

Até que, alguns anos atrás, tendo eu acompanhado a minha mulher (que é matemática) a uma dependência da biblioteca do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, vislumbrei, por detrás das vidraças de uma estante zelosamente fechada à chave, a colecção de volumes da obra completa de Élie Cartan. Ao aceder àquele inesperado tesouro, apercebi-me de que aqueles veneráveis cartapácios permaneciam, todos eles, totalmente íntegros na pureza da sua intocada virgindade original. E como – assim o diz um antigo adágio – o que tem que ser tem muita força, caber-me-ia a mim, um tosco físico teórico, inquietar a remansosa quietude daqueles esquecidos tomos. Na esperança de que isto não se torne público (não vá eu, nesta minha provecta idade ser arrastado à barra de um tribunal), confesso que, decidido a elucidar de uma vez por todas aquela minha tão antiga dúvida, e munido de uma igualmente antiga espátula, rasguei desapiedadamente, os bordos das folhas que julguei me pudessem interessar. *Et voilà!*, lá estava ele, o teorema que eu pensava que pudesse existir e no qual (ao longo de mais de sessenta páginas) Cartan demonstra<sup>30</sup> que, e eu cito: “O tensor mais geral, de segunda ordem, simétrico, com derivada covariante identicamente nula, construído unicamente em termos do tensor métrico, das suas derivadas de primeira e segunda ordem, e linear nestas últimas é o tensor

$$c_1 R_{\mu\nu} + c_2 R g_{\mu\nu} + c_3 g_{\mu\nu}$$

com  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  três constantes reais e finitas.”

Mas então... Mas então, de maneira clara e inequívoca, este teorema fundamental, e, quanto eu me tenha apercebido, *totalmente* ignorado (pelo menos por parte dos físicos) impõe explicitamente a inclusão do termo cosmológico no tensor de Einstein mais geral possível. Não há, aqui, lugar para considerações *ad hoc*, para razões metafísicas, para “convicções” ou “preferências”: *o termo cosmológico tem o seu lugar garantido por direito próprio, em total pé de igualdade com os outros dois.*

Apesar disso, a discussão na literatura física em torno da inclusão ou não do termo cosmológico tem continuado, sem que eu me tenha deparado, sequer uma vez, com qualquer menção ao teorema de Cartan. Será, pois, que nenhum físico esteja a par deste poderoso resultado? Ou será porque a Matemática não é para ser levada inteiramente à letra quando se trata de aplicá-la ao mundo natural? E não estaria Einstein a par deste resultado de Cartan com quem aliás trocou extensas correspondência?

Tudo isto faz-me lembrar dois famosíssimos casos envolvendo dois eminentíssimos físicos que, perante certas inferências físicas directamente decorrentes das respectivas formulações matemáticas a que as suas ideias sobre o mundo natural os haviam conduzido fizeram com que, durante algum tempo, eles não se comprometessem estritamente com o que o formalismo matemático lhes impunha, procurando, alternativamente, sobrepor-lhes as “verdades” das

<sup>29</sup> Einstein, A., Sitzungsberichte, Königliche Preussische Akademie der Wissenschaften, I, 349-356, 1919.

<sup>30</sup> Cartan, E., “Sur les Équations de la Gravitation de Einstein.” Indice, Partie III, Vol. 1, p. 549.

suas crenças particulares sobre o comportamento da Natureza. Esqueceram-se de que a Matemática detém as suas verdades próprias, internas, imanentes, absolutas, e totalmente indiferentes a tudo o que lhe seja exterior. Por conseguinte, o risco de seleccionar, de excluir, de excisar, arbitrariamente, determinadas componentes de um determinado corpo ou estrutura matemática será sempre de quem, por razões *exteriores* a essa estrutura, se decidir a fazê-lo. A consistência interna da Matemática nunca estará em causa; o que poderá ser posto em dúvida é o uso, a aplicação, a interpretação que se lhe vier a dar.

Foi esse o caso da equação relativística para o elétron proposta por Paul Dirac<sup>31</sup> em 1929, metade das soluções da qual correspondem a elétrons com carga eléctrica negativa e metade a elétrons com carga eléctrica positiva, isto é, correspondem a anti-elétrons, coisa que Dirac, numa altura em que apenas se conheciam três partículas – o elétron, o próton e o fóton –, não estava preparado para propor, preferindo, em vez disso, enveredar por buscados e imaginativos cenários *ad hoc* de “mares” de elétrons com “buracos”.

Foi esse, também, trinta e cinco anos mais tarde, o caso do esquema da distribuição de bárions e mésons pelas representações de dimensão mais baixa do grupo de Lie  $SU(3)$  por Murray Gell-Mann (1929–), e que – ao mesmo tempo que lhe permitia propor a existência de novas partículas – impunha-lhe, na representação mais baixa, de dimensão 3, a ocorrência de partículas com cargas eléctricas fraccionárias (os quarks), objectos com os quais Gell-Mann (por mais que ambicionasse o Prémio Nobel) não se arriscou, inicialmente, a comprometer-se explicitamente.

Mas voltemos ao espantosamente ignorado (pelos físicos, pelos físicos...) teorema de Cartan e observemos que ele não se restringe às dez equações não lineares do campo gravitacional de Einstein, incluindo ainda outras dez combinações lineares que dizem respeito, unicamente, às leis de propagação da luz, nada tendo a ver com as dez combinações respeitantes à gravitação. “*Il est assez déconcertant*” – observa Cartan – “*que ces dix dernières quantités seules aient été considérées par les physiciens.*”

A partir daí, Cartan resolve “de maneira rigorosa” o problema da determinação de todos os sistemas covariantes das relações (lineares relativamente às derivadas parciais de segunda ordem) entre as coordenadas  $x^{\mu}$ , as funções  $g_{\mu\nu}(x^{\rho})$  e as suas derivadas parciais de segunda ordem. Problema este relacionado com a decomposição do tensor de Riemann-Christoffel,  $R_{\mu\nu\rho\sigma}$ , em tensores irredutíveis, sendo que, no caso de quatro dimensões, esta decomposição (possível de uma única maneira) fornece três tensores irredutíveis, a saber, os dois que aparecem naturalmente na equação de campo de Einstein – o tensor de Ricci,  $R_{\mu\nu}$ , com nove componentes, e o escalar de Riemann,  $R$ , – e um tensor com dez componentes,  $\tilde{R}_{\mu\nu}$ , que diz respeito unicamente à propagação da luz ( $ds^2 = 0$ ), sendo ente último – que poderíamos chamar *tensor de Cartan* –, justamente aquele que continua “*à n’être pas considérée par les physiciens*”. Espantosos, estes ignorados resultados de Cartan, porque mostram rigorosamente, e

sem qualquer hipótese adicional, uma ligação fundamental, expressa na equação de campo, entre gravitação e electromagnetismo.

## A Validação Empírica da Teoria

Quando dizemos que compreendemos um conjunto de fenómenos naturais, isso significa que encontramos uma teoria construtiva que os abarca.

*Einstein*

Assim que, em 1907, começou a tentar desenvolver um tratamento relativístico da gravitação, Einstein propôs três possíveis testes à futura teoria, – de resto, os únicos disponíveis durante perto de meio século, uma vez que um quarto teste somente foi proposto (por Irwin Shapiro) em 1964. Sendo que o principal motivo de, durante tanto tempo, a Teoria da Relatividade Geral só se ter podido aplicar a um tão reduzido número de fenómenos dever-se a todos eles dizerem respeito ao pouco intenso campo gravitacional do nosso sistema solar, o que, de facto, permitia apenas a verificação dos pequenos efeitos previstos pela aproximação pós-Newtoniana da Relatividade Geral. Para que o aparato completo da teoria tivesse que ser obrigatoriamente envolvido seria necessário poder dispor-se de objectos astronómicos suficientemente maciços (com massas pelo menos três vezes superiores à do Sol) e/ou dotados de processos dinâmicos suficientemente energéticos (supernovas, galáxias dinamicamente activas, buracos negros, etc.). A intensidade,  $\eta$ , dos efeitos gravitacionais de um corpo em termos da distância ao seu centro, indicada na tabela abaixo, ilustra bem a sua pequenez no nosso sistema solar e mesmo para anãs brancas.

Superfície de	$\eta$
Terra	$\sim 10^{-9}$
Sol	$\sim 10^{-6}$
Anã Branca	$\sim 10^{-4}$
Estrela de Nêutrons	0,1–0,4
Buraco Negro	1

A pequenez da curvatura espaço-temporal no nosso sistema solar faz com que quase todos os seus efeitos gravitacionais (a excepção sendo a órbita de Mercúrio) possam ser tratados com enorme precisão como fenómenos lineares. Por outro lado, em campos gravitacionais extremos, como nas vizinhanças espaço-temporais do big-bang ou no caso de um buraco negro, a curvatura do espaço-tempo exhibe um comportamento altamente não linear, sendo unicamente a essa não linearidade que se deve a estabilidade estrutural dos buracos negros: é a não linearidade própria da curvatura que define um buraco negro que permite que ela se autorregenere permanentemente, ou seja, que o buraco negro se mantenha estabilizado.

São os seguintes os quatro testes observacionais correspondendo a fenómenos astronómicos do nosso sistema solar:

- (i) Deslocamento do periélio dos planetas, nomeadamente o de Mercúrio.

<sup>31</sup> Paul André Maurice Dirac (1902 – 1984).

- (ii) Deflexão da trajectória da luz por um potencial gravitacional.
- (iii) Desvio espectral gravitacional: efeito da gravidade sobre relógios (uma consequência do Princípio de Equivalência e não da teoria completa).
- (iv) Atraso temporal de ondas electromagnéticas rasantes à borda do Sol, devido à velocidade da luz não ser constante num campo gravitacional variável. (Atraso de  $200\mu\text{s}$  para uma viagem de ida e volta a Marte.) (Fig. 6).



Fig. 6

Um outro efeito justificado pela teoria e logo calculado por Einstein, mas que só veio a ser observado muito após a sua morte é o da refacção da luz proveniente de galáxias distantes ao atravessar uma ou mais galáxias entrepostas entre essas fontes e a Terra. Refracção esta que dá lugar às chamadas *lentes de Einstein*, formadas pela distorção e subdivisão da imagem original emissora em múltiplas imagens suas.

A Astrofísica de altas energias sofreu um enorme impulso com a descoberta em catadupa de novos objectos, como os quasares (núcleos de galáxias activas), as estrelas de nêutrons, os buracos negros e a radiação cósmica de fundo, bem como de novos processos dinâmicos. E foram sobretudo estas novidades astronómicas que permitiram que, após uma longa hibernação, a Relatividade Geral viesse ocupar um lugar de relevo na investigação em Física. Finalmente, dispunha-se de material – e material altamente excitante – cujo tratamento exigia a teoria em toda a sua inteireza. Sucedeu-se a multiplicação de novos desenvolvimentos em cosmologia relativista (com o estabelecimento do modelo de um Universo em expansão a partir de uma singularidade espaço-temporal), bem como o aparecimento de importantes resultados formais (como os teoremas sobre buracos negros de Roger Penrose (1931–) e Steven Hawking (1942–)), que expandiram significativamente os domínios de aplicabilidade da Teoria da Relatividade Geral.

Até meados do século passado, ou seja, durante as primeiras quatro décadas de existência da teoria, apesar da enorme e generalizada confiança na sua solidez, a sua validação empírica manteve-se um tanto ambígua, dado que, a não ser em situações de campos gravitacionais muito intensos, a divergência entre as suas previsões e as da teoria Newtoniana ser muito pequena e, portanto, muito difícil de aferir. De tal modo que, ainda em 1955 (portanto no próprio ano da

morte de Einstein), numa reunião de relativistas em Berna, podia-se continuar a afirmar que a confirmação da teoria pelas observações disponíveis à época não era suficientemente “convicente”. O que se justificava, também, pelo facto das múltiplas propostas teóricas de comprovação da teoria, como a aceleração secular da Lua, o deslocamento da órbita de Marte, ou do periélio da Terra, giroscópios, ondas gravitacionais, etc., não serem exequíveis com a tecnologia então existente.

Daí a enorme importância da experiência realizada por Robert V. Pound (1919– 2010) e Glen A. Rebka (1931– ) em 1960 na torre do Laboratório Jefferson com apenas 22,5 m de altura, localizada no campus da Universidade de Harvard (e que só foi possível por meio da aplicação do então recentemente descoberto efeito Mössbauer. Todos estes testes envolvem, porém, unicamente o campo gravitacional do Sol, e, portanto, envolvem apenas desvios de primeira ordem da teoria Newtoniana.

Em 1974, Joseph H. Taylor (1941– ) e o então seu aluno Russell A. Hulse (1950– ) descobriram o sistema astronómico PSR1913+16, composto por um par de estrelas de nêutrons em rotação rápida, uma em torno da outra, que, de acordo com Einstein, deveriam emitir radiação gravitacional intensa, com conseqüente perda de energia do sistema,<sup>32</sup> levando a que os dois corpos se vão progressivamente aproximando um do outro, e, portanto, com períodos progressivamente mais curtos. Foi justamente a observação por Taylor e Hulse, ao longo de vários anos, da diminuição de período de  $(76\pm 2)\text{ms}$ , inteiramente de acordo com os resultados de 75ms decorrentes da teoria, a primeira evidência, embora indirecta,<sup>33</sup> da realidade das ondas gravitacionais previstas por Einstein, e que lhes valeu a ambos o Prémio Nobel da Física de 1993.

Resumindo: apenas a partir da década de 1960 é que, graças a múltiplos avanços tecnológicos – sondas espaciais, relógios atómicos, grandes redes de rádio- telescópios, feixes intensos de lasers (envolvendo a distância entre a Terra e a Lua) e de radares (distâncias a Vénus e a Marte), computadores muito potentes e rápidos – é que se passou a conseguir, além de precisões muito maiores para os três testes clássicos, novos testes, como o atraso temporal de sinais de radar passando perto da superfície lunar ou a focagem gravitacional da luz de fontes astronómicas distantes por galáxias intercalares ou ainda os efeitos de campos gravitacionais excepcionalmente intensos de estrelas de nêutrons e de buracos negros, e, *last but not least*, a cosmologia relativista. E aqui, neste último exemplo, reside – nesta sua capacidade única de fornecer uma representação global do Universo, desde os seus primeiros (e formidabilíssimos) vagidos, em excelente acordo com todas as observações disponíveis actualmente – uma das principais manifestações da insuperável grandeza da

<sup>32</sup> As ondas gravitacionais – que correspondem a oscilações do espaço-tempo geradas por massas em movimento acelerado – transportam energia gravitacional.

<sup>33</sup> Evidência indirecta porque, apesar da potência gravitacional emitida por este sistema duplo ser da ordem de um quinto da potência electromagnética emitida pelo Sol, ainda assim ela não era suficientemente intensa para ser detectadas pelo equipamento disponível à época.

teoria gravitacional de Einstein.

### Posfácio: A Viandante Pontual

Se nós humanos formos suficientemente es-  
pertos, deveríamos ser capazes de monitorizar  
os enrugamentos da curvatura espaço-temporal  
aquando da sua passagem.

*Kip S. Thorne*

Às 11h50 de 14 de Setembro de 2015, o observatório americano LIGO, composto por dois interferómetros com braços de 3 km de comprimento e dotados de lasers ultra estáveis, projectados para a detecção de ondas gravitacionais – um em Livingston, na Luisiana, o outro a 3 mil quilómetros de distância, em Hanford, no Estado de Washington – captou um sinal que, pela primeira vez, veio confirmar directamente a factualidade das ondas gravitacionais, uma das mais relevantes previsões da Teoria da Relatividade Geral. Com duração de 2 décimos de segundo, esse arauto, nomeado GW15.09.14 (*Gravitational Wave* de 2015, Setembro 14), primeiramente recebido em Livingston e 7 milésimos de segundo mais tarde em Hanford, teve a sua fonte identificada na violentíssima colisão (a dois terços da velocidade da luz) de dois buracos negros em interacção gravitacional, um com 36, o outro com 29 massas solares, no centro de uma galáxia a aproximadamente mil e trezentos milhões de anos-luz de distância.

Proveniente das sete últimas órbitas do *pas-de-deux* dos dois buracos negros antes da sua colisão e amálgama, se a onda gravitacional então gerada se tivesse propagado directamente entre os dois interferómetros de LIGO, ela teria demorado 10 milésimos de segundo para atravessar os 3 mil quilómetros que os separam. Porém, como GW15.09.14 atravessou o nosso planeta, o tempo transcorrido foi 3 milésimos de segundo inferior, tendo essa diferença permitido determinar que a massa do buraco negro final era três massas solares inferior à soma das massas dos seus progenitores, sendo, pois, esta a quantidade de energia gravitacional que, à velocidade da luz, tem vindo a dar notícia do evento que lhe deu origem. Outra vez mais, a insuperável criação de Albert Einstein remete-nos para uma reverente admiração. Não apenas o sinal captado pelas duas antenas de LIGO veio garantir categoricamente a existência de buracos negros, como, sobretudo, – e isso com impecável sentido de propriedade – veio oferecer-se pontualmente como preito e prenda devidos à obra que, exactamente um século antes, previra a necessidade da sua existência: pela primeira vez conseguia-se evidência directa não só de ondas gravitacionais, mas também de buracos negros.

### Um Teste (*Un Petit Peu*) *Avant la Lettre*: A Precessão do Periélio de Mercúrio

Durante alguns dias estive fora de mim com a  
excitação da alegria.

*Einstein*

A precessão dos planetas em torno da sua estrela mãe é um fenómeno astronómico devidamente calculado com enorme precisão no contexto da Dinâmica Celeste Newtoniana. Daí

que o anúncio por LeVerrier, de que o avanço do periélio de Mercúrio medido por ele *não* concordava exactamente com os valores previstos teoricamente surgisse como um inexplicável e, embora único, muito incómodo problema, pois, enquanto a teoria dava conta de 5557” por século de avanço do periélio, as medidas de LeVerrier apontavam para 5595” por século. E aqueles 38”/séc. de excesso – mais tarde fixados como sendo efectivamente de 43”/séc. – vieram introduzir uma indesejável sombra na majestade da já então duplamente centenária catedral Newtoniana.<sup>34</sup> Tentou-se tudo para eliminar o desacordo entre observação e teoria, incluindo a hipótese da existência de um inobservado pequeno planeta (Vulcano) entre Mercúrio e o Sol. Teve-se, porém, que esperar o aparecimento de um verdadeiro herdeiro à altura de Newton para que, finalmente, surgisse uma formulação inteiramente nova da gravitação, capaz de resolver esta questão (e, é claro, muitíssimo mais do que isso).

Sabemos, por registo do próprio Einstein, o estado de quase delírio que o acometeu durante alguns dias após ter, pela primeira vez, obtido o resultado fornecido pela observação astronómica, recorrendo apenas à sua teoria e sem quaisquer hipóteses adicionais. “Eu acredito” – testemunhou Abraham Pais – “que esta descoberta (em 18 de Novembro de 1915) haja sido, de longe, a mais forte experiência emocional na vida científica de Einstein e talvez mesmo em toda a sua vida. A Natureza havia-lhe falado. Ele tinha que estar certo.”<sup>35</sup> O próprio Einstein referiu-se a palpitações e que tivera a sensação de que algo se partira dentro dele.

Eu próprio já efectuei esse cálculo de diferentes maneiras, o que me permitiu experimentar renovadamente a magia daquela estrutura erguida sobre uma maquinaria formal que obriga a manipulações complexas e demoradas, mas que, fiel à sua lógica imanente, é capaz de nos fornecer números passíveis de serem confrontados com aqueles outros números directamente provenientes das nossas observações; e quando essas duas categorias de números – uma decorrente da Natureza, a outra das elucubrações sonhadas pela mente humana – coincidem, é inevitável não ser tomado por uma intensa e reverente admiração. A mim, mais do que mágica, a Teoria da Relatividade Geral parece-me, isso sim, um autêntico milagre!

### O Teste da Fama: O Encurvamento da Luz

Mas uma coisa, mesmo assim, pode ser afirmada  
com certeza: se uma tal deflexão não existir, as  
admissões da teoria não estão correctas.

*Einstein*

A responsabilidade por fazer de um certo físico alemão, um ano após o término da Primeira Guerra Mundial, quase que instantaneamente, uma celebridade global, numa escala

<sup>34</sup> Desvio total observado por século: 5599”.74. Cálculo Newtoniano: precessão por século: 5025”.645; desvio devido aos demais planetas: 531”.54; total: 5557”.18; diferença: 42”.56.

<sup>35</sup> Pais, A., “Subtle is the Lord ...” *The Science and the Life of Albert Einstein*, Oxford University Press, New York, 1982, p.253.

nunca dantes nem depois conseguida por um cientista – ou mesmo por quem quer que seja ligado a qualquer área do saber –, deveu-se essencialmente às iniciativas de um qualquer convicto e pacifista intransigente, o astrónomo e então Secretário Geral da *Royal Society* de Londres Arthur Stanley Eddington (1882–1944), de resto, o primeiro no Reino Unido, e dos primeiros em todo o mundo, a poder, verdadeiramente, entender a Relatividade Geral.<sup>36</sup> Com efeito, foi Eddington quem convenceu Sir Frank Dyson (1868–1939), o *Royal Astronomer* e director do Observatório de Greenwich, a conseguir o financiamento não apenas de uma, mas de duas expedições astronómicas<sup>37</sup> com o objectivo de tentar medir a deflexão da luz de estrelas provocada pela massa solar durante o eclipse total do Sol de 29 de Maio de 1919 e confrontá-la com o valor previsto pela teoria de Einstein.

Uma das expedições, a dirigida por Eddington, instalou-se na ilha do Príncipe e a outra, dirigida por Andrew Crommelin (1865 – 1939), deslocou-se até à cidadezinha de Sobral, no interior do Estado do Ceará, no nordeste brasileiro. (Curiosa esta coincidência de ambas essas localizações, ligadas ao resultado que projectaria o nome de Einstein a níveis inauditos, terem feito parte, durante séculos, de um vasto império de um pequeno país europeu.)

Notável, esta decisão britânica, que importava significativos esforços e custos financeiros, numa altura em que, sobretudo em França, persistia o sentimento generalizado de declarado antagonismo ao execrado *boche*. Basta referir que, somente em 1922, Einstein, – na altura uma figura reconhecida, admirada e mesmo reverenciada internacionalmente – foi convidado a ir a Paris discutir as suas duas teorias da Relatividade, e isso apenas porque os homens responsáveis pelo convite – o físico e seu amigo Paul Langevin<sup>38</sup> e o matemático Paul Painlevé haviam garantido ser ele um pacifista *engagé*. (Mesmo assim, a *Académie des Sciences* de Paris, após acasas discussões, decidiu não receber aquele físico alemão.) Foi então num sobrelotado anfiteatro do *Collège de France* que, sob os auspícios da *Société Française de Philosophie*, Einstein proferiu a sua conferência, perante, entre outros, Jean Becquerel, Élie Cartan, Jacques Hadamard, Henri Bergson, Léon Brunschvieg, Édouard le Roy, Émile Meyerson, Theophile de Donder e Charles Nordmann.

Os resultados de um tratamento estatístico da deflexão da luz proveniente de uma dada estrela em função da posição da mesma são tanto melhores quanto maior for a dispersão das estrelas utilizadas. O que faz com que os eclipses mais convenientes para se procurar medir o encurvamento da luz estelar sejam os associados à passagem do Sol por um campo de estrelas convenientemente dispersas, justamente o ocorrido no eclipse de 1919, quando a nossa estrela se encontrava a atravessar o grupo de estrelas muito brilhantes das Hiades na

constelação do Touro.

Em 6 de Novembro desse mesmo ano de 1919, a *Royal Society* e a *Royal Astronomical Society* reuniram-se numa sessão extraordinária presidida por J. J. Thomson, na qual foram apresentadas as conclusões das duas expedições britânicas:  $1,61'' \pm 0,4''$  para as melhores medidas de Eddington,  $1,98'' \pm 0,16''$  para as melhores de Crommelin, a serem comparadas com os  $1,67''$  previstos pela teoria de Einstein para uma estrela rasante à superfície solar. E foi em face destes resultados que um eufórico e plenamente convicto Eddington (creio que ele já partira de Londres inteiramente convencido) pôde anunciar em verso:

*Oh leave the wise our measures to collate  
One thing at least is certain, LIGHT HAS WEIGHT  
One thing is certain, and the rest debate –  
Light rays, when near the Sun DO NOT GO STRAIGHT.*

Apesar da precariedade das poucas medidas aceitáveis de que dispunha, e dos resultados de Crommelin, Eddington, ao contrário de tantos outros astrónomos (incluindo a maioria dos astrónomos americanos durante longos anos), jamais duvidou da Relatividade Geral. Por tê-la compreendido profundamente, ele sabia que uma criação como aquela não poderia deixar de estar em íntima sintonia com a Natureza.

O que é menos referido é que antes do enfático endosso da teoria por Eddington tinham-se sucedido várias tentativas falhadas (aliás, algumas delas, antes mesmo do anúncio definitivo de 1915) de se medir a deflexão da luz durante sucessivos eclipses totais do Sol. Assim, logo em 1911, a seguir em 1912 (com nada menos do que oito diferentes grupos<sup>39</sup>) e ainda outras em 1914 e em 1918. Felizmente para Einstein – que só em 18 de Novembro de 1915 pôde realmente dispor do valor teórico correcto da deflexão prevista pela sua teoria –, por diversos motivos, que passaram por deficiências do equipamento utilizado, céus encobertos e com chuva, e até o deflagrar da Grande Guerra, nenhuma medições relacionadas com todos esses eclipses puderam ser efectivadas.

Eddington esteve ainda ligado a um outro tipo de teste da Relatividade Geral, ao calcular o desvio espectral provocado por uma anã branca como sendo, de acordo com a teoria, de aproximadamente 20 km/s, resultado este confirmado logo no ano seguinte por W. S. Adams, que, observando o espectro da anã branca Sirius B, obteve 19 km/s: “O Professor Adams” – declarou Eddington – “matou dois pássaros com uma pedrada: Conseguiu um novo teste da Teoria da Relatividade Geral de Einstein e confirmou a nossa suspeita de que matéria 2000 vezes mais densa que a platina não é apenas provável, como se encontra efectivamente no Universo”. (O desvio espectral gravitacional na superfície do Sol é, como vimos, de apenas  $\sim 10^{-6}$ , o que, em face do deficiente conhecimento da física solar até à segunda metade do século passado, não permitiu que se atribuisse o desvio medido no Sol a um efeito da Relatividade Geral, coisa que passou a ser possível em Sirius B, onde o desvio é aproximadamente

<sup>36</sup> Entre esses, e isso já na década de 1930, não se poderia contar com o almirante português Gago Coutinho, o qual em seguros e severos escritos, arrasou impietosamente toda a Relatividade Restrita e Geral de Einstein.

<sup>37</sup> Duas expedições, procurando, com isso, aumentar a probabilidade de conseguir chapas fotográficas que permitissem as medições necessárias.

<sup>38</sup> Langevin, o proponente, aliás, do famoso, e durante bastante tempo tão mal entendido (por tanta gente) “Paradoxo dos Gémeos”.

<sup>39</sup> Um deles dirigido por Henrique Morize, director do Observatório Nacional do Rio de Janeiro.

trinta vezes maior.)

Teve que se esperar, porém, até 1960 – portanto alguns anos após o desaparecimento de Einstein – para que surgisse, com a experiência de Pound e Rebka, o primeiro teste da teoria sem envolver observações astronômicas, mas decorrendo directamente de medições envolvendo unicamente parâmetros terrestres.

### À Espera

O que é que sabe um peixe sobre a água onde ele nada toda a sua vida?

*Einstein*

A demanda de Einstein, ao longo de toda a sua vida, – desde o seu fascínio por uma bússola por volta dos seus cinco anos, até à sua morte solitária num quarto do hospital de Princeton à uma e quinze da madrugada de 18 de Abril de 1955 – em procurar aproximar-se, por pouco que fosse, do mistério do Grande Plano Cósmico foi invariavelmente guiada pela sua inabalável confiança na solidez das suas convicções de fundo. O seu faro físico, embora capaz de desviá-lo momentaneamente do rumo correcto, acabaria, acreditava ele, por prevalecer. E, de facto, Einstein nunca deixou de se guiar pela sua voz interior, seguro na sua fé num Deus (*Gottvertrauen*) “subtil, mas não malicioso” (“*Der Gott, raffiniert aber nicht boshaft*”), o qual lhe ia gradativamente permitindo entrever e, pelo menos parcialmente, descodificar algumas das Suas criações.

A Teoria da Relatividade Geral veio inaugurar uma nova e radical maneira de perceber o Mundo, uma nova e inesperada *Weltanschauung*, um novo e deslumbrante quadro cósmico onde actores dinâmicos e palco geométrico só adquirem sentido enquanto par indissociável. E com isso o tanto que ela – essa soberba criação só acessível a um espírito de absoluta excepcionalidade – tem contribuído para desbastar a insondável profundidade da nossa ignorância, a incomensurável espessura do nosso desconhecimento, confinados que estamos à inescapável limitação cognoscente da nossa mente primata.

Pese embora a nossa juventude, a nossa espécie e, portanto, a nossa mente, não terá mais do que duas centenas de milhares de anos (cem mil vezes menos que o nosso Cosmos), não tendo a nossa Ciência mais do que um milésimo disso, é só com ela, com a nossa mente, que podemos contar nas nossas tentativas de estatuir as questões que temos vindo a colocar, visando o estabelecimento de um quadro explicativo conforme com tudo aquilo de que nos vamos apercebendo. Estamos hoje cônscios (de facto, já o estamos há várias décadas) de que a nossa representação quântica do Mundo, – apesar do muito que ela nos tem oferecido – exhibe importantes deficiências a nível ontológico e epistemológico. Em particular, sabemos das manifestas insuficiências do Modelo Padrão das partículas elementares, bem como dos sérios problemas inerentes ao emaranhamento quântico.<sup>40</sup> Einstein, já no fim da vida, confessou que dedicara aos mistérios

do Quantum esforços muitíssimos superiores àqueles que devotara à Relatividade, e que, apesar disso, acabava os seus dias ciente do pouco que conseguira.<sup>41</sup> E Einstein não chegou a saber de quarks e glúons “coloridos”, de neutrinos “oscilantes” e de matéria “negra” e energia “escura”, e da realidade dos buracos negros.

Permanecemos – pelo menos quanto a mim – sem uma modelização quântica satisfatória da gravitação. Apesar da insistência dos proponentes das supercordas, o que eles têm a oferecer-nos tem muito mais a ver com algo para além das fronteiras da Física, estritamente definida pela sua imposição de base de que *todas* as suas proposições sejam necessária e indispensavelmente, confirmadas (ou rejeitadas) pela observação e pela medição, sujeição esta a que as diversas versões de supercordas são incapazes de satisfazer. Daí que o físico teórico Howard Georgi (1947–) a elas se haja referido como uma “teologia matemática recreativa”.

Por outro lado, ficámos a saber, na última viragem do século, que o Cosmos de que fazemos parte – o Cosmos bariónico das estrelas e das imensas nuvens de gás e poeira das quais elas emergem, esse nosso mundo (nós que somos filhos das estrelas) – constitui apenas uns meros quatro por cento do total energético universal. O que pode significar que todo esse mundo de luz, esse imenso mundo que percebemos electromagneticamente seja, de facto, apenas como que um mero *after thought*, uma espécie de pequeno apêndice quase irrelevante no ordenamento cósmico. Ou, contrariamente, que sejam justamente esses quatro por cento a deterem a responsabilidade única de darem azo ao eventual aparecimento de um sistema *consciente*, nós, capaz de, mesmo que apenas parcial e imperfeitamente, dar-se conta disso mesmo.

Apesar de não sabermos ainda como integrar no corpo da Física os vinte e três por cento de matéria negra e os setenta e três por cento de energia escura, estamos, pelo menos, cientes da sua misteriosa presença; sabemos, pelo menos, da existência de um desafiante problema que nos cumpre esclarecer. Mas, e quanto àquilo que nós *não* sabemos que não sabemos? Aqui, temos duas categorias distintas de não saber. Por um lado, podemos admitir a classe das questões que ainda não sabemos que não sabemos, mas das quais poderemos vir, eventualmente, a tomar consciência. Por outro, podemos logicamente admitir a existência de questões que a capacidade mental da nossa espécie não esteja sequer capacitada para se aperceber da sua existência; ou seja, tudo aquilo que *já* sabemos que não sabemos, tudo aquilo para além das nossas possibilidades de apreensão consciente. Consideremos a medusa. Ela, muito anterior a nós, lá voga ao sabor das correntes marinhas e com seu muito rudimentar (se comparado com o nosso) sistema nervoso “sente” e “percebe” o suficiente do Mundo para que a sua espécie subsista com sucesso há centenas de milhões de anos. E, contudo, a medusa não poderá jamais saber dos neutrinos que constantemente a atravessam, nem dos quarks, glúons

Quântica, co-edição de eduepb e Livraria da Física Editora, Campina Grande – PB, São Paulo – SP, 2013.

<sup>41</sup> Em flagrante contraste com os inúmeros “sábios” que, já no seu tempo, alardeavam não terem quaisquer dificuldades com respeito à compreensão dos fenómenos quânticos.

<sup>40</sup> E que tanto opuseram Einstein, Schroedinger e de Broglie, a Bohr e companhia, Cf. Balsas, Álvaro, Realismo e Localidade em Mecânica

e elétrons que a compõem; nem poderá, jamais, conceber a Teoria da Relatividade Geral.

Assim, também nós, irremediavelmente confinados pela fronteira imposta pelos limites próprios do nosso sistema nervoso central, pela inteligência própria do *Homo Sapiens*<sup>42</sup>, não podemos almejar conseguir perscrutar, sondar, desvendar, indefinidamente, camada a camada, estrato a estrato, véu a véu, quanto se possa encontrar para além das inultrapassáveis fronteiras do nosso entendimento. E temos que conformar-nos com isso, e sermos gratos por tudo aquilo que vamos conseguindo entrever.

De minha parte, levo comigo o enorme desconsolo de que não se haja conseguido incorporar a gravitação no quadro quântico, se bem que essa pretensão poderá ter sido excessivamente otimista, uma vez que, embora reconhecendo que, no próprio ano (1642) em que morreu Galileu, nasceu Newton, o herdeiro que viria ultrapassá-lo, e que, no próprio ano (1879) em que desapareceu Maxwell, nasceu Einstein, aquele que na Relatividade Restrita sobrepôs a teoria Maxwelliana à augusta majestade da mecânica Newtoniana, é igualmente evidente que, no ano em que Einstein nos

deixou (1955), não nasceu quem pudesse arrogar-se como seu legítimo sucessor.

Temos, pois, que continuar à espera; esperançosamente à espera de um herdeiro genuinamente digno daquele que eu – tão pobrementemente, tão inadequadamente, tão insuficientemente –, me atrevi a recordar. Mas, se a tanto me aventurei foi, unicamente, animado do singelo propósito de lhe agradecer, ainda esta vez, por tudo o que nos deixou. Como eu fiz então há dez anos atrás, a propósito do centenário da Teoria da Relatividade Restrita só me cabe – só nos cabe a todos – agradecer: muito obrigado por tudo Professor Einstein!

Uma coisa eu aprendi durante uma longa vida: que toda a nossa existência, comparada com a realidade, é primitiva e infantil – e, contudo, ela é a coisa mais preciosa que possuímos.

*Albert Einstein*